

## R C 部材の曲げ

構造力学の最も基本的な問題は曲げを受ける部材の応力解析である。

平面保持の仮定による曲げ部材の曲げ応力度は断面に直角な方向の応力度であり、一般に

$$\sigma_x = \frac{M}{I} y \quad (4-1)$$

で表され、最大縁応力度は  $\sigma_{x \max} = \frac{M}{Z}$  で表されることはよく知られている。

ここに、Mは外力のモーメント、Iは断面2次モーメント、yは中立軸からの距離、Zは断面係数である。

中立軸が断面中央にない時は、断面係数は圧縮側と引張側では異なった値となり、梁上下の最大応力度はことなる異なる値となる。

また、(1)式の曲げ応力度を、断面全体で積分(合計)すると0となり、曲げ部材の断面に直角な方向の合力(軸方向力)は0である。

鉄筋コンクリート部材の場合でも平面保持の仮定が成立すると考えると、この関係は一般の部材と同様であるが、R C部材の場合、コンクリートの引張強度が小さいため、断面の引張側に早期にひび割れが発生するため、ひび割れ発生後の挙動を中心に考えるR C部材では、一般の構造力学の知識と異なると考えられている部分もある。

以下に、曲げ部材の特性を考える場合には、R C部材も一般の部材も同様な考え方で理解できることを示す。

### 2.1 圧縮強度と引張強度がほぼ等しい曲げ部材の場合(鋼材・木材の場合)

前述したように曲げを受ける部材の軸方向力の合計は常に0である。

長方形断面梁を例に考えると、中立軸の位置は対称断面であるため断面の中央にある。

$$x_n = \frac{D}{2} \quad (4-2)$$

平面保持の仮定により、曲げを受ける梁の断面内の歪分布は直線であるため、ヤング係数が一定である弾性範囲では、応力分布も直線となる。(  $\sigma = E \epsilon$  )

中立軸から単位の距離(1 cm)での応力度を  $\sigma_0$  とすると、圧縮縁での応力度  $c$  は

$$c = \sigma_0 \frac{D}{2} = \sigma_t = \sigma_0 \frac{D}{2} \quad (4-3)$$

となる。

ここで、圧縮合力Cは  $C = c \frac{D}{2} b \frac{1}{2} = \sigma_0 \frac{bD^2}{8}$  (4-4)

引張合力Tは  $T = \sigma_t \frac{D}{2} b \frac{1}{2} = \sigma_0 \frac{bD^2}{8}$  (4-5)

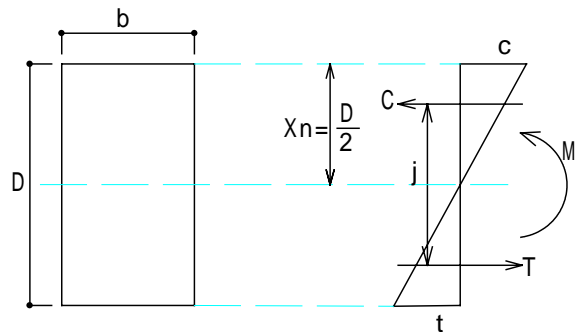
となるが、材軸方向の力がない曲げ部材では圧縮合力と引張合力の総和が0であることより、

$$C = T \quad (4-6)$$

が成立し、これらの応力中心間距離を  $j$  とすると、偶力の曲げモーメントは、

$$M = C \cdot j \quad \text{or} \quad M = T \cdot j \quad (4-7)$$

となる。また、応力分布が3角形であるため、圧縮・引張側ともその重心は中立軸から  $\frac{2}{3} \cdot \frac{D}{2}$  の



距離にあり、したがって応力中心間距離は  $j = \frac{2}{3}D$  となる。

これらのことから、以下の関係を得ることができる。

$$M = \frac{2}{3}D \cdot \frac{bD^2}{8} = \frac{bD^3}{12} \Rightarrow \sigma = \frac{M}{I} \quad (4-8)$$

$$= \left( \frac{D}{2} \right) \frac{bD^2}{6} = \sigma_c \frac{bD^2}{6} = \sigma_t \frac{bD^2}{6}$$

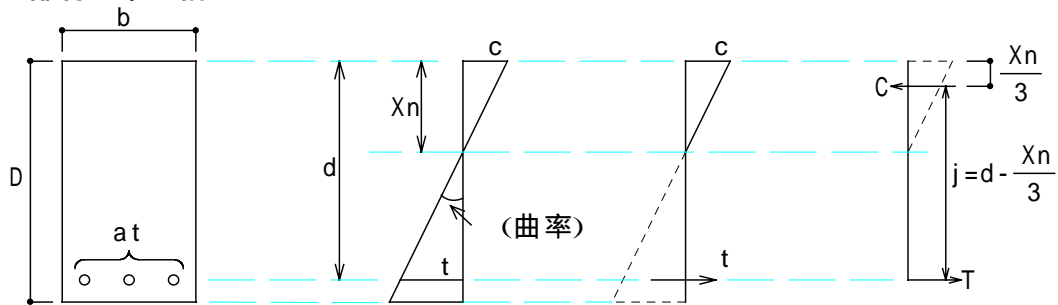
ここで、 $\frac{bD^2}{6} = Z$  とすると  $M = \sigma_c Z = \sigma_t Z$  となり、これが断面係数  $Z$  の意味である。

鉄筋コンクリート梁の場合には、引張鉄筋に配筋されるため中立軸位置は断面の中央にあるとは限らないが、中立軸位置を求め、中立軸に関する断面2次モーメントを求めれば、上記の関係はそのまま適用できる。

## 2.2 RC断面の場合

コンクリートの引張応力を無視すると、断面内の引張合力は0となり、曲げ部材として機能しない。引張側を鉄筋で補強することで“引張合力 = 圧縮合力”が成立するが、この場合、引張鉄筋断面積の量により中立軸位置は変化する。

### 1) RC部材の中立軸



RC断面の場合も平面保持の仮定は成立すると考え、中立軸を上縁から  $x_n$  の位置にあると仮定し、さらに中立軸から単位の距離の歪を  $\varepsilon_0$  と表すと、コンクリートの最大圧縮歪は  $\varepsilon_c = \varepsilon_0 x_n$  となり、最大圧縮応力度は

$$\sigma_c = \sigma_c E_c = \varepsilon_0 x_n \quad (\varepsilon_0 = \varepsilon_0 E_c) \quad (4-9)$$

となる。同様に引張鉄筋の歪みと応力度は以下のように表せる。

$$\sigma_t = \varepsilon_0 (d - x_n) \quad , \quad \sigma_t = \sigma_t E_s = \varepsilon_0 E_s (d - x_n) = \varepsilon_0 \frac{E_s}{E_c} (d - x_n) = n \varepsilon_0 (d - x_n) \quad (4-10)$$

したがって、圧縮・引張合力はそれぞれ以下ようになる。

$$C = \varepsilon_0 x_n \frac{x_n}{2} b = \frac{1}{2} b x_n^2 \varepsilon_0 = \frac{1}{2} b d^2 x_{n1}^2 \varepsilon_0 \quad (4-11)$$

$$T = n \varepsilon_0 (d - x_n) a_t = n p_t b d \varepsilon_0 (d - x_n) \quad (4-12)$$

ここで、 $n = \frac{E_s}{E_c}$  : ヤング係数比、 $p_t = \frac{a_t}{bd}$  : 引張鉄筋比、 $x_{n1} = \frac{x_n}{d}$  : 中立軸比とおくと、

$C = T$  の関係から、中立軸比  $x_{n1}$  は以下のように

計算できる。

$$\frac{1}{2} b d^2 x_{n1}^2 = n p_t b d^2 (1 - x_{n1}) \quad (4-13)$$

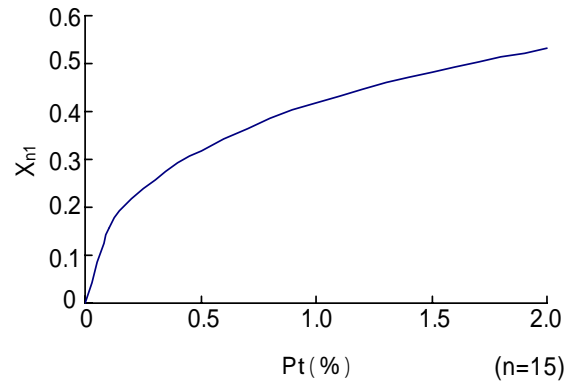
$$\therefore \frac{1}{2} x_{n1}^2 = n p_t (1 - x_{n1})$$

$$\therefore x_{n1}^2 + 2 n p_t x_{n1} - 2 n p_t = 0$$

$$\text{したがって } x_{n1} = -n p_t + \sqrt{(n p_t)^2 + 2 n p_t} \quad (4-14)$$

上式の中立軸比  $x_{n1}$  は、引張鉄筋比とヤング係数比

図-6  $x_{n1}$ -Pt 関係



のみにより決定されており、外力のモーメントの大きさには関係ない。そのため、コンクリートの応力歪み関係が直線と仮定でき、鉄筋が降伏するまでは中立軸は変化しないことが判る。

## 2) 曲げモーメントの釣合

外力と釣合う内力の曲げモーメントは、(4-7)式に示すように偶力であり、以下のようになる。

$$M = C \cdot j = T \cdot j \quad \left( j = d - \frac{1}{3} x_n \right) \quad (4-15)$$

ここで、引張側については鉄筋のみ有効であるため

$$\begin{aligned} T \cdot j &= a_t \left( d - \frac{1}{3} x_{n1} \right) = p_t b d^2 \left( 1 - \frac{1}{3} x_{n1} \right) = p_t b d^2 \left( 1 - \frac{1}{3} x_{n1} \right) n (1 - x_{n1}) \\ &= n p_t b d^3 \left( 1 - \frac{1}{3} x_{n1} \right) (1 - x_{n1}) \end{aligned} \quad (4-16)$$

となる。同様に圧縮側について考えると

$$C \cdot j = \frac{1}{2} b d^2 x_{n1}^2 \left( d - \frac{1}{3} x_{n1} \right) = \frac{1}{2} b d^3 \left( 1 - \frac{1}{3} x_{n1} \right) x_{n1}^2 \quad (4-17)$$

となり、中立軸から単位の距離の応力度は以下のようになる。

$$\therefore \sigma_c = \frac{M}{b d^3 \left\{ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} x_{n1} \right) x_{n1}^2 \right\}} \quad (4-18)$$

一方、中立軸に関する圧縮側コンクリートと引張鉄筋の(有効断面)の断面2次モーメントは

$$\begin{aligned} I &= \frac{b x_n^3}{12} + b x_n \left( \frac{x_n}{2} \right)^2 + n a_t (d - x_n)^2 = \left\{ \frac{1}{3} x_{n1}^3 + 2 n p_t (1 - x_{n1})^2 \right\} b d^3 = \left\{ \frac{1}{3} x_{n1}^3 + (1 - x_{n1}) x_{n1}^2 \right\} b d^3 \\ &= x_{n1}^2 \left( 1 - x_{n1} + \frac{1}{3} x_{n1} \right) b d^3 = x_{n1}^2 \left( 1 - \frac{2}{3} x_{n1} \right) b d^3 = \frac{1}{2} x_{n1}^2 \left( 1 - \frac{1}{3} x_{n1} \right) b d^3 \end{aligned} \quad (4-19)$$

となる。これは前式の分母と一致しており、したがってRC断面の場合も

$$\sigma_c = \frac{M}{I} \quad (4-20)$$

と表すことができる。

つまり、引張側のコンクリートの応力を無視したRC断面の応力は、中立軸を(2-14)式で求め、中立軸に関する有効断面の断面2次モーメントを(4-19)式で求めると、一般の材料と同様の関係

$\sigma_0 = \frac{M}{I}$  が成立することとなる。これに中立軸距離  $x_n$  を乗ずる事でコンクリートの最大圧縮応力

度  $\sigma_c$  が求められ、鉄筋の応力度  $\sigma_t$  は  $\sigma_0$  に  $n(d - x_n)$  を乗じることで求められる。

許容応力度設計では、 $\sigma_c$ 、 $\sigma_t$  がそれぞれ材料の許容応力度以下になるよう設計される。

### 3) 鉄筋降伏後の、断面内のコンクリートの応力分布

RC断面として外力の曲げモーメントと釣合っている状態から、更に外力が大きくなると鉄筋は降伏する。曲げ破壊する部材では鉄筋の降伏後も変形は増大していくが、この時内力のモーメントも若干大きくなる。

この場合、圧縮コンクリートの応力状態はRC断面の場合とは異なる状態となってくる。

引張鉄筋の降伏が先行する場合を考えてみると、鉄筋の降伏時の引張合力  $T$  は前述のように、

$T = a_t \sigma_t$  となるが当然圧縮合力  $C$  は引張合力  $T$  と等しくなければならない。

圧縮合力  $C$  は コンクリートの応力 歪関係が直線であれば  $C = \frac{1}{2} b d^2 \sigma_0 x_n^2 = \frac{1}{2} b x_n \sigma_c$

と表されるが、これはコンクリートの圧縮応力の面積  $A = \frac{1}{2} x_n \sigma_c$  と梁幅  $b$  の積である。

鉄筋の降伏後は鉄筋の引張合力  $T$  は変わらないが、鉄筋の歪は増大するため断面の曲率(歪分布の傾き)は大きくなり、したがってコンクリートの歪も増大する。コンクリートの歪が大きくなるとコンクリートの応力分布は非線形となっていくが、圧縮合力が一定であるためには中立軸位置が上昇し、応力中心間距離は大きくなること判る。

内力のモーメントは常に、 $M = C \cdot j = T \cdot j$  で計算されるから、応力中心間距離  $j$  が大きくなるとモーメントも大きくなることは明白である。

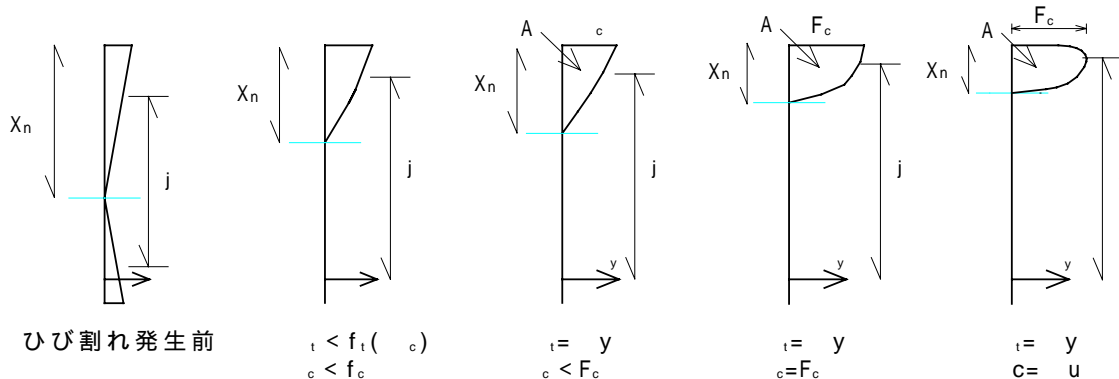


図-7 モーメントの増大によるコンクリートの応力分布の変化

実際には、図-7 に示すように、コンクリートの応力 歪関係は非線形で複雑であるため、圧縮合力を正確に計算することが難しい。そのため、設計用のコンクリートの応力 歪関係は図8のように単純化して仮定されることが多い。

この場合は圧縮合力の計算は容易であり圧縮応力中心位置も容易に求められる。

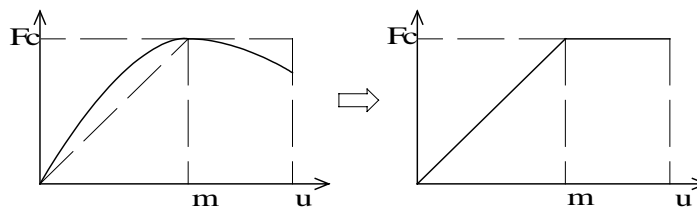


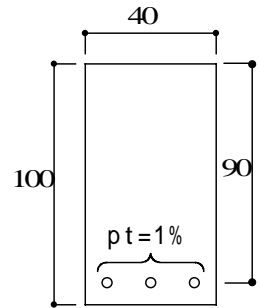
図-8 実際の応力 歪関係と単純化された応力 歪関係

#### 4) 例題によるRC曲げ部材の応力と変形

以下に、曲げモーメントの増大に伴う中立軸位置と曲率（部材断面の回転の度数）の変化を例題により説明する。

ここで、コンクリート強度、ヤング係数比を以下のように仮定する。  
 $F_c = 300 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $u = 0.35\%$ ,  $n = 15$ ,  $E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ ,

$$E_c' = \frac{E_s}{n} = 1.4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \quad \varepsilon_m = \frac{F_c}{E_c'} = \frac{300}{1.4 \times 10^5} = 0.214\%$$



梁断面を  $b \times d = 40 \times 90 \text{ cm}$  ( $D = 100 \text{ cm}$ ) とし、引張鉄筋比  $p_t$  を 1% とすると

鉄筋断面積は  $a_t = \frac{1}{100} \times 40 \times 90 = 36 \text{ cm}^2$  である。

ひび割れ発生前

$$x_n = \frac{S}{A} = \frac{40 \times 100 \times 50 + 15 \times 36 \times 90}{40 \times 100 + 15 \times 36} = 54.76 \text{ cm}$$

$$I_n = \frac{40 \times 100^3}{12} + 40 \times 100 \times (54.76 - 50)^2 + 15 \times 36 \times (90 - 54.76)^2 = 4.095 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

$${}_c\sigma_t = \frac{M}{I} (D - x_n) = f_c' = 30 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{コンクリートの引張強度を } F_c/10 \text{ と仮定した。})$$

ひび割れ発生時のモーメントおよびコンクリートと鉄筋の応力度は以下ようになる。

$$M = \frac{30 \times I}{90 - 54.76} = 27.14 \times 10^5 \text{ kgcm} = 27.15 \text{ tm}$$

$$\sigma_c = \frac{M}{I} x_n = \frac{27.14 \times 10^5}{4.095 \times 10^6} \times 54.76 = 36.3 \text{ kg/cm}^2 \quad \varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c'} = 2.593 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_t = n \cdot \frac{M}{I} \cdot (d - x_n) = 15 \times \frac{27.15 \times 10^5}{4.095 \times 10^6} \times (90 - 54.76) = 351.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{この結果、曲率は } \phi = \frac{\varepsilon_c}{x_n} = \frac{2.593 \times 10^{-4}}{54.76} = 0.047 \times 10^{-4} \text{ となる。}$$

RC断面（ひび割れ発生後の断面）

RC断面の中立軸を求める式より

$$x_{n1} = -15 \times 0.01 + \sqrt{(15 \times 0.01)^2 + 2 \times 15 \times 0.01} = 0.418$$

したがって、 $x_n = x_{n1} \times d = 0.418 \times 90 = 37.6 \text{ cm}$ 、応力中心間距離は  $j = d - x_n/3 = 77.47 \text{ cm}$

$M = 27.15 \text{ tm}$  でひび割れが発生すると、その直後からコンクリートの引張応力を無視したRC断面として計算することになる。この時、鉄筋の引張応力度と歪を求め、曲率を計算すると

$$T = \frac{M}{j} = \frac{27.15 \times 10^5}{77.47} = 35.05 \text{ t} \quad \sigma_t = \frac{T}{a_t} = 1095.3 \text{ kg/cm}^2 \quad \varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{E_s} = \frac{1095.3}{2.1 \times 10^6} = 0.0552\%$$

$$\phi = \frac{\varepsilon_t}{d - x_n} = \frac{0.0552}{90 - 37.6} = 0.0995 \times 10^{-4}$$

鉄筋降伏時

鉄筋の降伏が先行する梁では、鉄筋の降伏まで中立軸は変化しない。

したがって、 $x_n$  はと同じであり  $x_n = 37.6cm$  である。

鉄筋は降伏しているから、鉄筋の引張力は

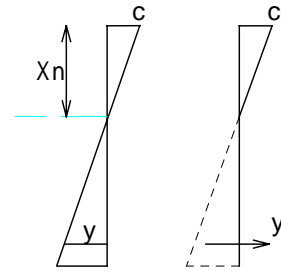
$$T = a_t \times \sigma_y = 36 \times 3000 = 108ton$$

モーメントは  $M = a_t \cdot \sigma_y \cdot j = 108ton \times 77.47cm = 83.67tm$

$$T = C = \frac{1}{2} \sigma_c \cdot x_n \cdot b \quad \text{よりコンクリートの最大応力度は、} \sigma_c = 143.6kg/cm^2 \text{ となる。}$$

鉄筋の降伏歪は  $\epsilon_t = \frac{\sigma_y}{E_s} = 0.143\%$

したがって曲率は  $\phi = \frac{\epsilon_t}{d - x_n} = \frac{0.143}{90 - 37.6} = 0.273 \times 10^{-4}$



圧縮応力度が  $F_c$  に達した時

ここでは鉄筋は降伏のまま歪のみ増大している。

鉄筋の引張合力とコンクリートの圧縮合力を計算すると

$$T = a_t \times \sigma_y = 36 \times 3000 = 108ton, \quad C = \frac{1}{2} x_n \times 300 \times 40$$

$C = T$  より  $x_n = 18cm$  となり、応力中心間距離は

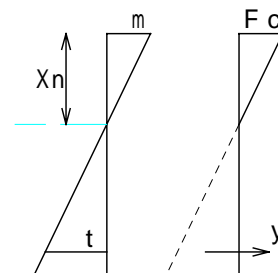
$$j = 90 - \frac{18}{3} = 84cm \text{ となる。}$$

したがってモーメントは

$$M = T \cdot j = 108ton \times 84cm = 90.72tm \text{ である。}$$

歪は  $\epsilon_c = \frac{F_c}{Ec'} = \frac{300}{1.4 \times 10^5} = 0.214\%$      $\epsilon_t = \epsilon_c \cdot \frac{d - x_n}{x_n} = 0.857\%$

曲率は  $\phi = \frac{\epsilon_c}{X_N} = 1.19 \times 10^{-4}$



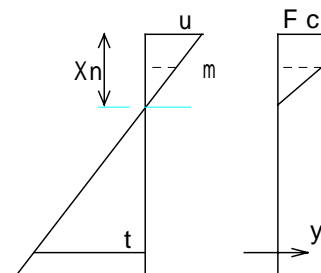
コンクリートの圧縮縁歪が  $\epsilon_u$  に達した時（終局状態）

鉄筋の応力は変わらない。  $T = a_t \times \sigma_y = 36 \times 3000 = 108ton$

コンクリートの応力ブロックの体積を計算し圧縮合力を求めると

$$C = (x_n + x_n \cdot \frac{\epsilon_u - \epsilon_m}{\epsilon_u}) \cdot \frac{1}{2} \cdot F_c = (\frac{2\epsilon_u - \epsilon_m}{\epsilon_u}) \cdot \frac{1}{2} x_n \cdot F_c$$

$$= (\frac{2 \times 0.35 - 0.214}{0.35}) \times \frac{x_n}{2} \times 300 \times 40 = 8332x_n$$



$C=T$  より中立軸位置は  $x_n = 12.96\text{cm}$  となる。

また、圧縮コンクリートブロックの重心は台形の重心公式から、 $0.41x_n$  となるから

$$j = 90 - 0.41 \times 12.96 = 84.69\text{cm}$$

$$M = 108\text{ton} \times 84.69\text{cm} = 91.46\text{tm}$$

またこの場合コンクリートの最大歪は  $\varepsilon_u = 0.35\%$  と仮定しているため、曲率は

$$\phi = \frac{\varepsilon_u}{12.96} = 2.7 \times 10^{-4} \text{ となる。}$$

以上の計算結果により、曲率と曲げモーメントおよび、中立軸位置の変化を図示すると下図のようになる。

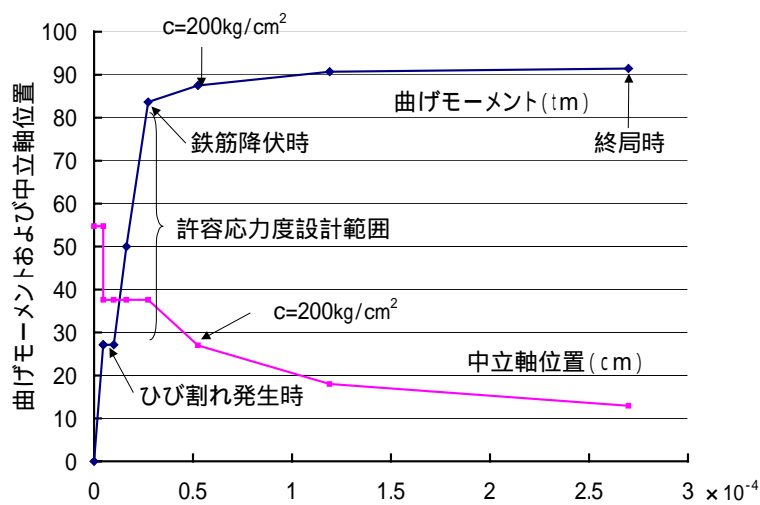


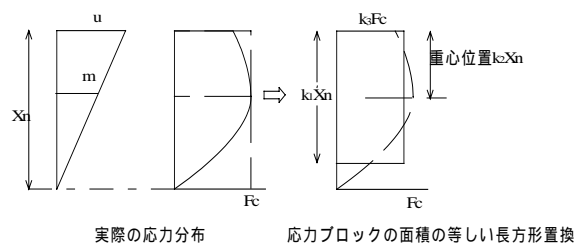
図-9 曲げモーメントと曲率および中立軸位置の変化

RC梁は非常に小さい曲率でひび割れが発生し、ひび割れ発生と同時に中立軸の急激な変化と曲率の増大があることが判る。その後は中立軸は変化せず、モーメントの増大とともに曲率も大きくなり、鉄筋の降伏に至る。

鉄筋降伏後は、鉄筋の応力は変わらないが中立軸位置の変化によりモーメントは徐々に上昇し終局に至るがこの間の曲率の変化は非常に大きいことが判る。

特に、この状態は終局限界状態と呼ばれるが、この状態については一般にコンクリートの応力分布は、後述するように図-11のように仮定されるのが普通である。

コンクリートの実際の応力分布を面積の等しい長方形に置換した場合



$$C=T \text{ より } a_t \cdot \sigma_y = k_1 \cdot k_3 \cdot b \cdot F_c \cdot x_n \quad x_n = \frac{a_t \cdot \sigma_y}{k \cdot k_3 \cdot b \cdot F_c}$$

$$k_1 = k_3 = 0.85 \text{ と仮定すると } x_n = \frac{a_t \cdot \sigma_y}{0.85^2 \cdot b \cdot F_c} = \frac{36 \times 3000}{0.85^2 \times 40 \times 300} = 12.46\text{cm}$$

したがって、終局曲げモーメントは

$$M_u = T \cdot j = a_t \cdot \sigma_y \cdot (d - k_2 x_n) = 108 \text{ ton} \times (90 - 0.425 \times 12.46) = 91.48 \text{ tm}$$

となりこの時の曲率は  $\phi = \frac{\epsilon_u}{12.96} = \frac{0.35\%}{12.46} = 2.81 \times 10^{-4}$  となる。

この結果は、前述の の場合とほとんど変わらないことが判る。

### 2.3 曲げ引張破壊と曲げ圧縮破壊

鉄筋コンクリート部材に曲げモーメント  $M$  が作用する場合、圧縮力  $C'$  はコンクリートで受け、引張力  $T$  は鉄筋で受け持つ。この鉄筋を引張鉄筋という。圧縮力  $C'$  に対し、コンクリートのみでは不足する場合には、部材の圧縮側にも鉄筋を配置し圧縮力を分担させる。この鉄筋を圧縮鉄筋という。引張鉄筋のみを有する断面を単鉄筋断面といい、圧縮鉄筋も配置した断面を複鉄筋断面という。

曲げモーメントによる鉄筋コンクリート部材の破壊は曲げ引張破壊 (flexural tension failure) と曲げ圧縮破壊 (flexural compression failure) の二つのタイプに大別される。曲げ引張破壊は前述のように荷重が増大するに連れて、まず曲げひび割れが発生し、その後曲げひび割れが梁の上部に伸展していき、引張鉄筋が降伏する。最終的には梁上部の圧縮側コンクリートが圧壊する破壊である。

鉄筋量が極端に少なくない限り、鉄筋コンクリートでは、鉄筋が破断することはない。引張鉄筋降伏後、そのひずみが塑性域にある限り、鉄筋の応力は増加しないので、それに釣り合っている圧縮力も増加しない。しかし、ひずみの増加は著しく変形は大きい。引張鉄筋のひずみがひずみ硬化域にはいると、再び引張鉄筋の応力が增大し始めるが、設計ではその効果を一般に無視している。コンクリートの圧縮縁ひずみがその終局ひずみ  $\epsilon_u$  に達すると、抵抗モーメントの減少が始まり破壊に至る。この破壊のタイプは、鉄筋が降伏するので変形能力が大きく、靱性が大きいのが特徴で破壊の予知がしやすい。

一方、引張鉄筋量が著しく大きい場合には、鉄筋が降伏する前に圧縮側コンクリートが圧壊する。この場合には、破壊までの変形量が小さく曲げひび割れの伸展も小さい段階で、突然圧縮側コンクリートが押しつぶされる。このような破壊を曲げ圧縮破壊と呼ぶ。

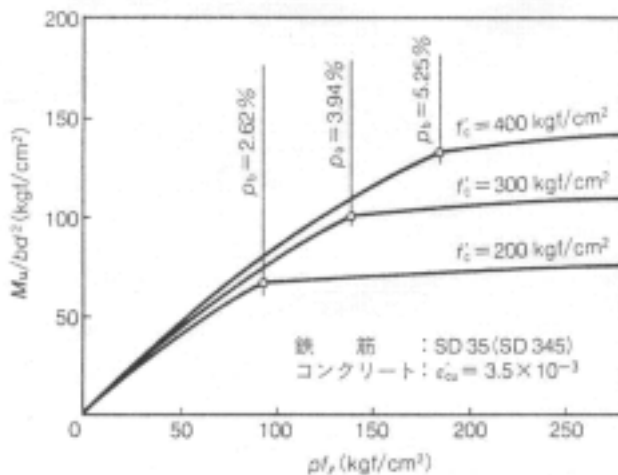


図-10 単鉄筋長方形断面の曲げ終局耐力

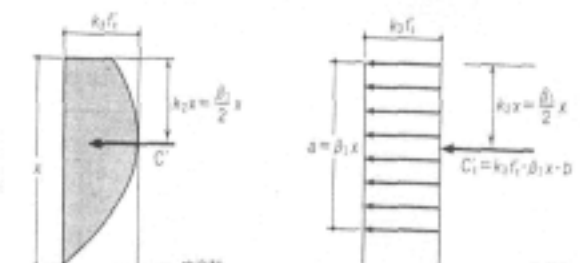


図-11 等価応力ブロックの考え方

図-10 に  $M_u/bd^2$  と  $p f_y$  との関係を示す。ここに  $M_u$  は曲げ耐力、 $b$  : 部材幅、 $d$  : 有効高さ、 $p$  : 鉄筋比、 $f_y$  は鉄筋の降伏点を死  $m$  してあり、 $p_b$  : 釣り合い鉄筋比、 $f_c'$  : コンクリートの圧縮強度を示している。鉄筋比  $p$  が釣り合い鉄筋比  $p_b$  より小さい範囲では曲げ引張破壊となり、 $p$  が  $p_b$  より大きい領域では曲げ圧縮破壊となる。曲げ引張破壊となる領域での曲げ耐力は、鉄筋量の増大につれてほぼ系統的に増大するが、 $p$  が  $p_b$  より大きい曲げ圧縮破壊領域では、鉄筋比が大きくなっても、曲げ耐力はほとんど増大しない。



コンクリートの圧縮強度が曲げ耐力に及ぼす影響は、曲げ引張破壊領域ではわずかであり、曲げ圧縮破壊領域では直接影響し、圧縮強度が増大するほど曲げ耐力は大きくなる。

曲げ耐力  $M_u$  を式で示す。曲げ引張破壊は前述のように

$$M_u = A_s f_{yd} (d - \frac{a}{2}) = b d^2 p f_{yd} (1 - \frac{0.59 p f_{yd}}{f_{cd}'})$$

で示され、(図-11 参照)  $C' = 0.85 f_{cd}' a b$ 、 $T = f_{yd} A_s$  で  $T = C'$  より

$$a = \frac{A_s f_{yd}}{0.85 f_{cd}' b} = 1.18 p \frac{f_{yd}}{f_{cd}'} d \quad p = \frac{A_s}{b d} \quad : \text{鉄筋比}$$

ここに

$f_{cd}'$ : コンクリートの設計圧縮強度、 $f_{yd}$ : 鉄筋の設計強度である。

(但し、4.2 では  $f_{cd}'$  は  $F_c$ 、 $f_{yd}$  は  $y$  と表している。)

曲げ圧縮破壊の場合、引張鉄筋は降伏することなく断面が終局状態となるので、 $\epsilon'_{cu}$  はそのまま鉄筋の引張りひずみを  $\epsilon_s = \sigma_s / E_s (< f_y / E_s)$  とおき、応力ブロックの記号  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 、 $\beta_1$ ) を図-11 のように示すと、圧縮縁から中立軸までの距離を  $x = kd$  とすると、

$$k = \frac{x}{d} = \frac{\epsilon'_{cu}}{\epsilon'_{cu} + \epsilon_s} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \sigma_s / E_s}$$

また、水平方向の釣り合いについても、 $C_c' = T$  から

$$\beta_1 k_3 x b f_c' = A_s \sigma_s$$

を求め、上記2式から未知数  $\sigma_s$  を消去して、中立軸比  $k$  に関する2次方程式を得る。すなわち

$$k^2 + mk - m = 0, \quad \text{ただし} \quad m = \frac{p E_s \epsilon'_{cu}}{\beta_1 k_3 f_c'}$$

終局曲げ耐力  $M_u = C_c' \times$  (アーム長  $Z$ ) を用いて

$$\frac{M_u}{b d^2} = \beta_1 k_3 f_c' k (1 - k_2 k) = 0.68 f_c' k (1 - 0.4 k)$$

が得られる。従って、鉄筋比  $p$  の増加によって  $k$  の値が多少変わるが、それにはほとんど影響されず、 $M_u$  は主としてコンクリート強度  $f_c'$  によって決まる。そこで実験から図-10 に示す曲げ圧縮破壊領域の値を大略次式のように求める。

$$M_u = \frac{1}{3} b d^2 f_c'$$

鉄筋の降伏とコンクリートの圧壊とが同時に生じる場合を釣り合い破壊 (balanced failure) といい、このときの鉄筋比を釣り合い鉄筋比 (これを  $p_b$  とする) と呼ぶ。これは破壊モードの判定に用いられる。このとき、コンクリートは終局ひずみ  $\epsilon'_{cu} = 0.0030 \sim 0.0035$  に達し、鉄筋は降伏ひずみ  $\epsilon_y = f_y / E_s$  に達している。このときの圧縮縁から中立軸までの距離を  $x_b$  とすると、コンクリートの圧縮合力  $C_c' = \beta_1 x_b b k_3 f_c'$ 、鉄筋の引張合力  $T = A_s f_y$

$$\frac{\epsilon'_{cu}}{x_b} = \frac{\epsilon_y}{d - x_b} \quad k_b = \frac{x_b}{d} = \frac{\epsilon'_{cu}}{\epsilon'_{cu} + \epsilon_y}$$

$$C_c' = T \quad \text{より} \quad A_s f_y = \beta_1 x_b b k_3 f_c'$$

釣り合い鉄筋比

$$p_b = \frac{A_s}{b d} = \beta_1 k_3 \frac{\epsilon'_{cu}}{\epsilon'_{cu} + \epsilon_y} \cdot \frac{f_c'}{f_y}$$

部材の鉄筋比が  $p_b$  より小さいときは、鉄筋の降伏がコンクリートの圧壊に先行することとなり、 $p_b$  より大きいときは、コンクリートが圧壊し、鉄筋は降伏点に達せず脆性的な破壊となる。